

Teoria

El compensador d'avanç de fase presenta la següent forma :

$$G(z) = \frac{(z - zero)(1 - pole)}{(z - pole)(1 - zero)}$$

on $pole < zero$ amb $|pole| < 1$ i $|zero| < 1$. Aquest sistema presenta un guany en continua ($z = 1$) unitari i un guany en la darrera freqüència ($z = -1$) de

$$G(-1) = \frac{(-1 - zero)(1 - pole)}{(-1 - pole)(1 - zero)} > 1.$$

Cal esmentar que la evolució del guany en funció de la freqüència presenta una evolució monòtona creixent.

El desfasament que introdueix aquest sistema en una freqüència, θ , es pot escriure de la forma següent:

$$\angle G(e^{j\theta}) = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\sin(\theta)(zero - pole)}{-\cos(\theta)pole - \cos(\theta)zero + zero\text{pole} + 1} \right),$$

aquesta comença en 0 per freqüència 0, creix monòtonament fins el valor màxim de

$$\Phi = \text{tg}^{-1} \left(\frac{zero - pole}{\sqrt{1 - pole^2}\sqrt{1 - zero^2}} \right)$$

que s'obté per la freqüència de $\theta_c = \arccos\left(\frac{pole+zero}{zero\text{pole}+1}\right)$, i posteriorment decreix monòtonament fins 0 en la freqüència final de π . El guany que s'obté en la freqüència de màxim de desfasament, θ_c , és :

$$\|G(e^{j\theta_c})\| = \sqrt{\frac{1 + \sin(\Phi)}{1 - \sin(\Phi)}}$$

Així la funció de transferència completa, en funció de la fase desitjada (Φ) i la freqüència en la que es vol aplicar (θ_c) és :

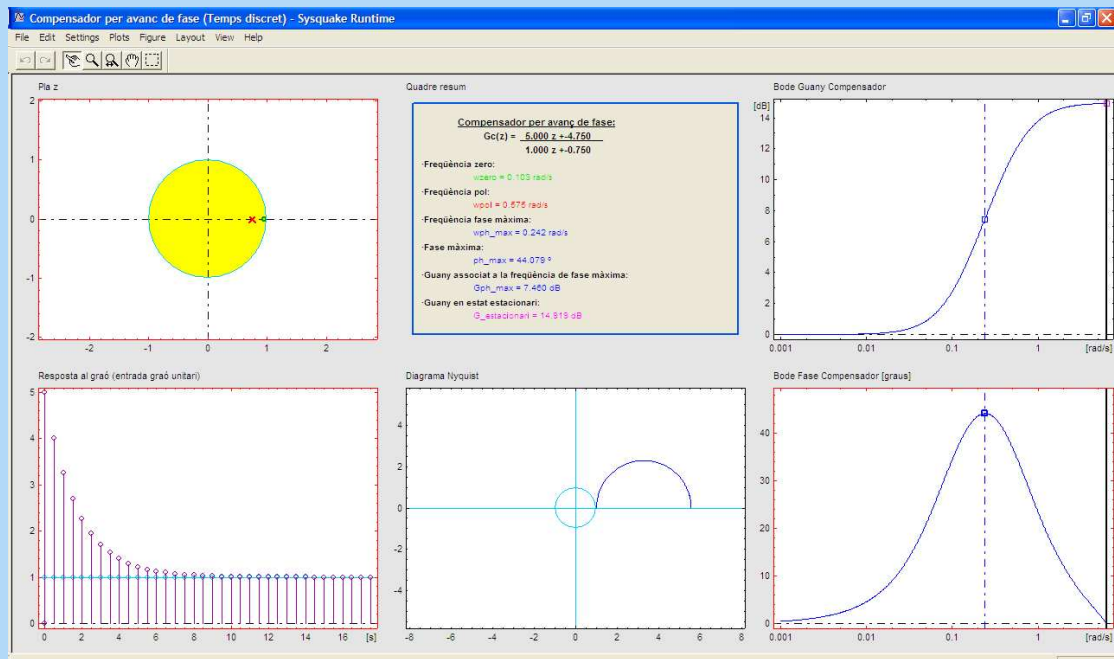
$$G(z) = \frac{\left(z - \frac{\cos(\Phi) - \sin(\theta_c)}{\cos(\theta_c + \Phi)}\right) \left(1 - \frac{\cos(\Phi) - \sin(\theta_c)}{\cos(\theta_c - \Phi)}\right)}{\left(z - \frac{\cos(\Phi) - \sin(\theta_c)}{\cos(\theta_c - \Phi)}\right) \left(1 - \frac{\cos(\Phi) - \sin(\theta_c)}{\cos(\theta_c + \Phi)}\right)}$$

A mode de resum cal mencionar que la resposta freqüencial d'aquest sistema és un semicercle de centre $\frac{1}{1 - \sin(\Phi)}$ i radi $\frac{\sin(\Phi)}{1 - \sin(\Phi)}$ situat en el primer quadrant.

Aplicació



Enllaç directe amb la fitxa Sysquake: [compret_td.exe](#)



La aplicació permet visualitzar la resposta freqüencial (diagrames de *Bode* i *Nyquist*), la resposta temporal (en front entrades graó), la posició del pol i el zero i una taula resum de les característiques principals del sistema.

El diagrama de pols i zeros (Pla z) és totalment interactiu i es possible moure el pol i el zero de la forma desitjada, mantenint-los sempre dins els cercle unitat i que el pol estigui a la dreta del zero (condicions necessàries per tal que el sistema sigui de retard de fase).

En el diagrama de *Bode* de guany (Bode Guany Compensador), es visualitza la evolució del guany. S'indica amb un quadre blau un punt de control de guany, aquest punt és totalment interactiu i pot moures tant en freqüència com en la atenuació desitjada.

En el diagrama de *Bode* de guany (Bode Fase Compensador), es visualitza la evolució del desfasament del compensador. S'indica amb un quadre blau la fase que s'obté en la freqüència de disseny emprada per dissenyar el compensador (θ_c).

Exercicis

1. Seleccioneu el desfasament que aporta el filtre. Com evoluciona la relació entre el pol i el zero a mesura que aneu augmentant el desfasament ?
2. Seleccioneu el zero del compensador en el pla z. Aneu movent el zero cap a l'esquerra, com evoluciona freqüència de disseny ?