

Teoria

El compensador de retard de fase presenta la següent forma :

$$G(z) = \frac{(z - zero)(1 - pole)}{(z - pole)(1 - zero)}$$

on $pole > zero$ amb $|pole| < 1$ i $|zero| < 1$. Aquest sistema presenta un guany en continua ($z = 1$) unitari i un guany en la darrera freqüència ($z = -1$) de

$$G(-1) = \frac{(-1 - zero)(1 - pole)}{(-1 - pole)(1 - zero)} < 1.$$

el guany de la resposta freqüencial d'aquest sistema és nomòtona decreixent.

Tradicionalment, el convertidor de retard s'utilitza per aportar una certa atenuació en una certa freqüència. Si volem que el compensador aportï una atenuació de $\frac{1}{\alpha}$ en la darrera freqüència obtenim que la relació entre el pol i el zero és:

$$pole = \frac{(\alpha + 1) zero + \alpha - 1}{(\alpha - 1) zero + \alpha + 1}$$

Si volem tenir 3dB menys que $\frac{1}{\alpha}$ ($\sqrt{\frac{101}{1+100\alpha^2}}$) en una freqüència θ_c el zero ha d'estar situat en:

$$zero = \frac{99 \cos(\theta_c) + 101 - 20 \sin(\theta_c)}{101 \cos(\theta_c) + 99}$$

amb aquest pol i zero la funció de transferència del compensador de retard de fase pren la forma:

$$G(z) = \frac{(10 \cos(\theta_c) + \sin(\theta_c) + 10) z - 10 \cos(\theta_c) + \sin(\theta_c) - 10}{(10\alpha \cos(\theta_c) + \sin(\theta_c) + 10\alpha) z + \sin(\theta_c) - 10\alpha \cos(\theta_c) - 10\alpha}$$

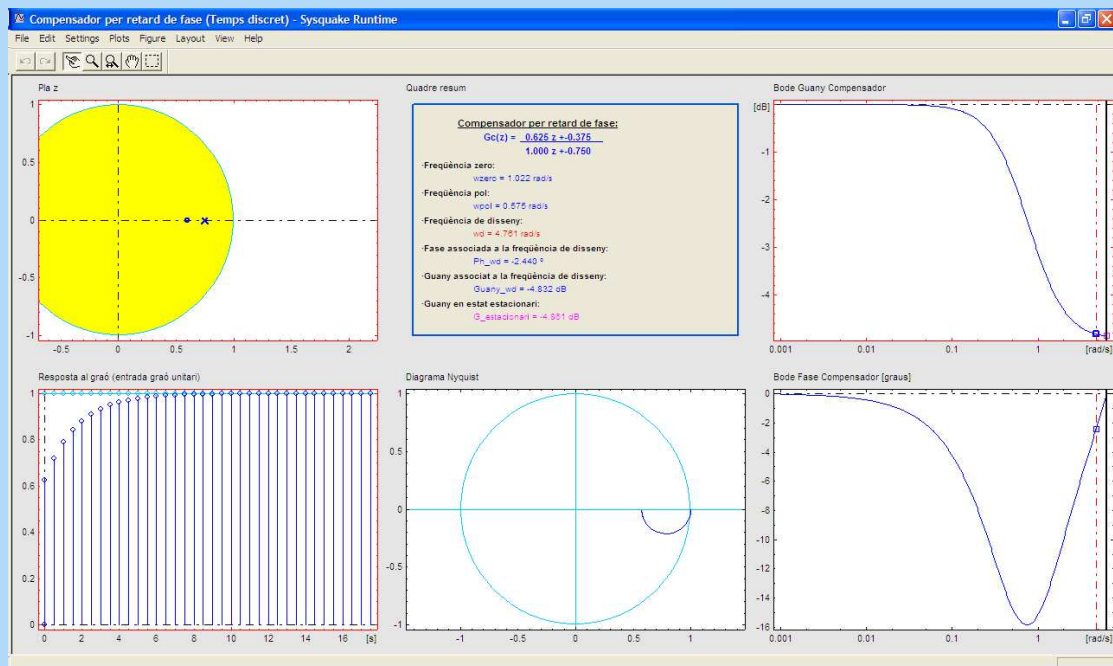
És important mencionar que la fase d'aquest sistema sempre està en l'interval $\left[0, -\text{tg}^{-1}\left(\frac{\alpha-1}{2\sqrt{\alpha}}\right)\right]$, de fet comença en 0 disminueix fins que arriba a la freqüència $\arccos\left(\frac{100\alpha-1+(100\alpha+1)\cos(\theta_c)}{100\alpha+1+(100\alpha-1)\cos(\theta_c)}\right)$ on s'obté el valor mínim i finalment increment fins 0 en la darrera freqüència (π). En la freqüència θ_c s'assoleix la fase $-\text{tg}^{-1}\frac{10-10\alpha}{100\alpha+1}$.

A mode de resum cal mencionar que la resposta freqüencial d'aquest sistema és un semicercle de centre $\frac{\alpha+1}{2\alpha}$ i radi $\frac{\alpha-1}{2\alpha}$ situat en el quart quadrant.

Aplicació



Enllaç directe amb la fitxa Sysquake: [compret_td.exe](#)



La aplicació permet visualitzar la resposta freqüencial (diagrames de *Bode* i *Nyquist*), la resposta temporal (en front entrades graó), la posició del pol i el zero i una taula resum de les característiques principals del sistema.

El diagrama de pols i zeros (Pla z) és totalment interactiu i es possible moure el pol i el zero de la forma desitjada, mantenint-los sempre dins els cercle unitat i que el pol estigui a la dreta del zero (condicions necessàries per tal que el sistema sigui de retard de fase).

En el diagrama de *Bode* de guany (Bode Guany Compensador), es visualitza la evolució del guany. S'indica amb un quadre blau un punt de control de guany, aquest punt és totalment interactiu i pot moures tant en freqüència com en la atenuació desitjada.

En el diagrama de *Bode* de guany (Bode Fase Compensador), es visualitza la evolució del desfasament del compensador. S'indica amb un quadre blau la fase que s'obté en la freqüència de disseny emprada per dissenyar el compensador (θ_c).

Exercicis

1. Seleccioneu la atenuació que aporta el filtre. Com evoluciona la relació entre el pol i el zero a mesura que aneu augmentant la atenuació ?
2. Seleccioneu el zero del compensador en el pla z. Aneu movent el zero cap a l'esquerra, com evoluciona freqüència de disseny ?