

## Convolució Discreta

### Teoria

La convolució és una operació que agafa dos senyals de temps discret i en genera un tercer. Aquesta operació es nota de la forma següent:

$$y(k) = x_1(k) * x_2(k)$$

i es pot calcular en el domini temporal o bé en el domini transformat. Així en el domini temporal el senyal resultant es calcula de la forma:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1(k)x_2(n-k)$$

mentre que en el domini transformat el senyal pren la forma següent:

$$y(z) = x_1(z)x_2(z).$$

Observem que encara que en el domini temporal el càlcul presenta una certa complexitat en el domini transformat és un simple producte.

Algunes de les propietats de la convolució són :

- Linealitat :  $x_1(k) * (\alpha \cdot x_2(k) + \beta \cdot x_3(k)) = \alpha x_1(k) * x_2(k) + \beta x_1(k) * x_3(k)$
- Commutativitat :  $x_1(k) * x_2(k) = x_2(k) * x_1(k)$

La convolució és una operació de gran interès en la teoria de sistemes lineals ja que la sortida,  $y(k)$ , d'un sistema es pot obtenir fent la convolució de la resposta impulsional del sistema,  $h(k)$ , i el senyal d'entrada,  $u(k)$ :

$$y(k) = h(k) * u(k)$$

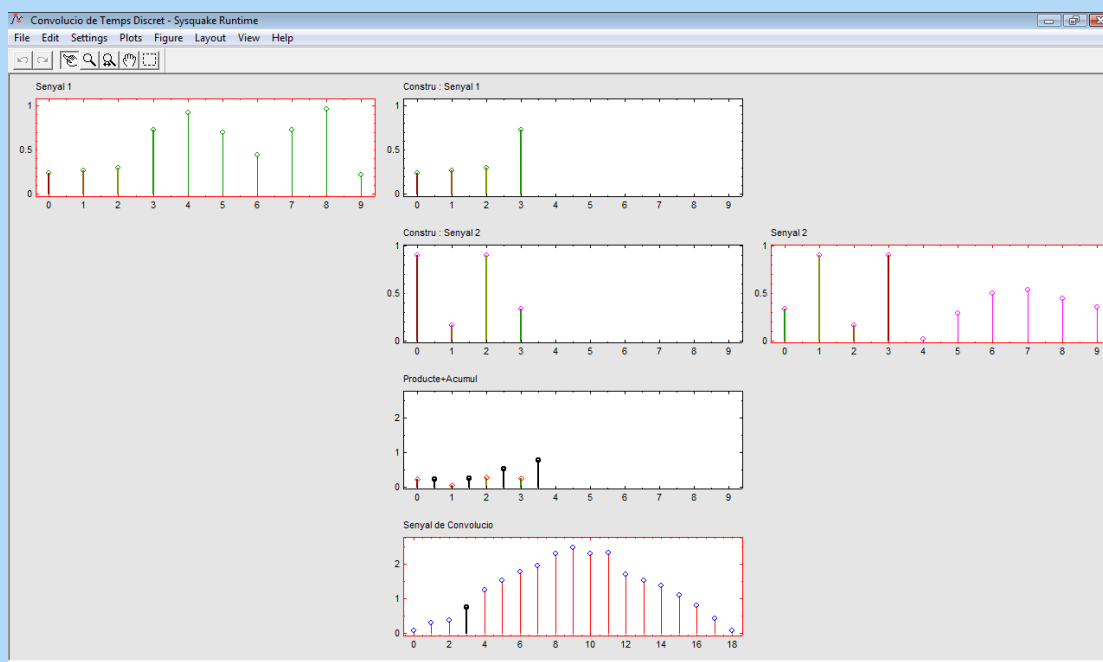
### Referències

- B. Kuo. **Digital Control Systems**. Oxford. 2nd Edition. ISBN: 0195120647. [Capítol: 3, Pàgines: 103 -106]
- John G. Proakis & Dimitris G. Manolakis. **Digital Signal Processing. Principles, Algorithms and Applications**. Macmillan Publishing Company. Second Edition. ISBN: 0-02-396815-X. [Capítol: 2, Pàgines: 69-75]

## Aplicació



Enllaç directe amb la fitxa Sysquake: Discrete\_convolution.exe



La vista per defecte està composta per tres columnes, la de l'esquerra és on es visualitza el primer senyal, la de la dreta és on es visualitza el segon senyal. Aquestes dues figures són editables i serveixen per definir els senyals dels que es calcularà la convulsió. En la part inferior de la columna central es visualitza el senyal resultat de convulsió dels anteriors senyals. En aquesta figura es pot seleccionar una component del senyal de convulsió que es dibuixa en color negre, posteriorment les figures superiors s'actualitzaran per tal d'il·lustrar el procediment de construcció d'aquesta component.

La resta de figures de la columna central il·lustren el procediment de construcció del senyal de convulsió. En la primera figura es visualitzen els valors del primer senyal que intervenen en la construcció, per pintar-los s'utilitza un color diferent per cada component i aquest mateix color s'utilitza en la figura de definició del senyal original. De forma similar en la segona figura es visualitzen les components del segon senyal que participen en la construcció de la component seleccionada del senyal de convulsió. Cadascuna de les components utilitza un codi de color diferent reproduït també en la figura de definició del senyal. Els valors dels diferents senyals que participen en la construcció s'han alineat de tal forma que els que s'han de multiplicar entre si apareixen sobre la mateixa vertical (per tant cal fer el producte de les dues components i posteriorment sumar). La tercera figura mostra el producte d'aquestes components i en negre la suma acumulada.

Els senyals que es poden representar en aquesta aplicació són de llargada finita i per tant el senyal de convulsió també ho és. Noteu que la llargada del senyal de convulsió és diferent a la llargada dels senyals inicials.

## Aplicació: Opcions

En les finestres senyal 1 i senyal 2 es poden definir/modificar els valors de les diferents components que componen els dos senyals. Mentre que la resta de figures no es pot modificar res, això sí en la resta de figures es poden observar tots els valors en la part inferior de la finestra.

La aplicació presenta els següents grups d'opcions :

- **vista.** La aplicació presenta 4 vistes diferents.
  - La primera (vista 1) visualitza els dos senyals font i el de convolució en una única columna.
  - La segona (vista 2) visualitza els dos senyals font en la part superior i el de convolució en la part inferior (aquesta vista presenta un tamany fixe i no es reescala).
  - La tercera (vista 3) visualitza els dos senyals font en la columna de l'esquerra i en la de la dreta es presenten dues finestres que mostren el procés de construcció i el senyal de convolució.
  - La quarta (vista 4) visualitza els dos senyals font en les columnes de l'esquerra i la dreta respectivament mentre que en el central es mostra el procés de construcció i el senyal de convolució.
- **Definició Senyal 1.** En aquesta opció es presenta la possibilitat de seleccionar diferents valors per defecte del senyal 1. En concret els senyals són graó, exponencial, aleatori, rampa i impuls.
- **Definició Senyal 2.** En aquesta opció es presenta la possibilitat de seleccionar diferents valors per defecte del senyal 2. En concret els senyals són graó, exponencial, aleatori, rampa i impuls.
- **Aquest opció construcció** permet desactivar totes les opcions que il·lustren el procés de construcció del senyal de convolució (si s'activa aquesta opció és recomanable emprar la vista 1 o la vista 2).
- Finalment un enllaç amb la fitxa de documentació.

## Exercicis

1. Selecciona el senyal impuls en el senyal 1, i l'exponencial en el segon. Quin és el senyal de convolució ?
2. Construeix un senyal impuls desplaçat en el temps en el senyal 2 i Selecciona el senyal impuls en el senyal 1. Quin és el senyal de convolució ?
3. Selecciona en un dels senyals el senyal graó i en l'altre un senyal exponencial. Com relaciones el senyal de convolució amb la resposta al graó d'un sistema de primer ordre ?