

## Reconstrucció de Senyals

### Teoria

En moltes ocasions cal reconstruir el senyal de temps continu,  $f(t)$ , que correspon a un cert senyal mostrejat  $f^*(t)$ .

$$f(t) \xleftrightarrow[\text{Reconstruccio}]{\text{Mostratge}} f^*(t)$$

Aquest procediment pot realitzar-se unívocament sempre que durant el procés de mostratge s'hagi verificat el *Teorema de Mostratge*.

El mètodes de reconstrucció es basen en filtrar passa-baixos el senyal mostrejat de tal manera que totes les components freqüencials fora de la banda primària quedin fortament atenuades (idealment aniquilades).

Per fer-ho s'han fet servir diferents aproximacions:

- *Reconstructor Ideal*. Donat que es vol que únicament passin (sense alteració) les components freqüencials dins la banda primària es busca un filtre tal que la seva resposta freqüencial (el guany) sigui un rectangle d'alçada  $T_s$  i amplada  $[-\frac{\omega_s}{2}, \frac{\omega_s}{2}]$ . Això faria que la sortida del sistema no tingués components fora de la banda primària i per tant es recuperaria el senyal original.

La resposta impulsional d'un filtre d'aquestes característiques és de la forma :

$$g(t) = \text{sinc}\left(\frac{\omega_s t}{2}\right),$$

aquesta resposta impulsional presenta resposta no nul·la per temps negatius i per tant el filtre associat és no causal. Encara que aquest filtre té una gran interès de caire teòric no és aplicable des d'un punt de vista pràctic.

- *Mantenidor de d'ordre zero* (Zero Order Hold, zoh). Aquest reconstructor manté constant el valor de la sortida en el temps entre dos instants de mostratge consecutius. És a dir:

$$f(t) = f^*(k \cdot T_s) \quad \forall t \in [k \cdot T_s, (k+1) \cdot T_s)$$

el sistema que realitza aquesta reconstrucció presenta la següent funció de transferència:

$$G_{zoh}(s) = \frac{1 - e^{-T_s \cdot s}}{s}$$

encara que aquesta funció de transferència no és exactament el rectangle ideal, es tracta d'una aproximació del filtre ideal.

- *Mantenidor de primer zero* (First Order Hold, foh). Una aproximació més sofisticada que la oferta pel zoh és fer us de la derivada del senyal mostrejat de la forma següent:

$$f(t) = f^*(k \cdot T_s) + f'(k \cdot T_s) (t - k \cdot T_s) \quad \forall t \in [k \cdot T_s, (k+1) \cdot T_s)$$

on:

$$f'(k \cdot T_s) = \frac{f^*(k \cdot T_s) - f^*((k-1) \cdot T_s)}{T_s}$$

és una estimació de la derivada del senyal en l'instant de mostratge.

## Cont ..

Aquest tipus de mantenidor presenta la següent funció de transferència:

$$G_{foh}(s) = \frac{1 + T_s \cdot s}{T_s} \left( \frac{1 - e^{-T_s \cdot s}}{s} \right)^2.$$

Encara que idealment semblaria que aquesta aproximació hauria d'ésser millor, en la pràctica no és així.

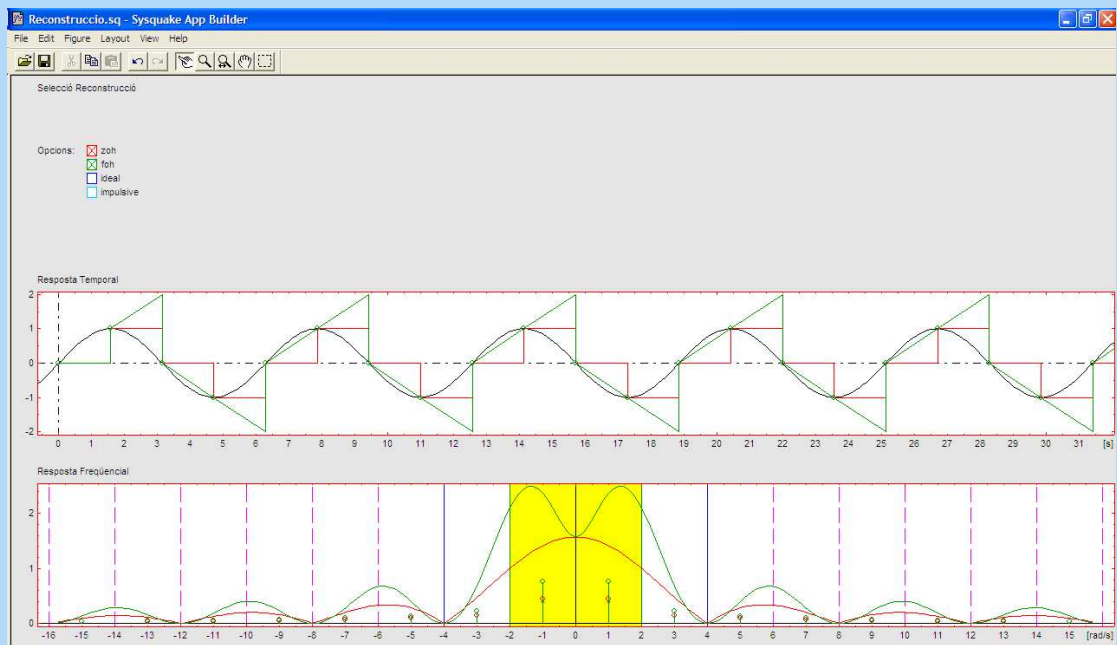
## Referències

- Benjamin C. Kuo. **Digital Control Systems**. Oxford University Press. Second Edition. ISBN: 0-19-512064-7. [Capítol: 2-12, Pàgines: 52-67]
- Katsuhiko Ogata. **Sistemas de Control en Tiempo Discreto**. Prentice Hall Hispanoamericana S.A. Segunda Edición. ISBN: 968-880-539-4. [Capítol: 3.4, Pàgines: 90-98]

## Aplicació



Enllaç directe amb la fitxa Sysquake: Reconstruccio.exe



## Cont..

En l'aplicació es presenta el procediment de reconstrucció d'un senyal sinus mostrejat. Es pot seleccionar entre diferents tipus de reconstructors (reconstructor ideal, mantenidor d'ordre zero i mantenidor de primer ordre) i verificar quin és el seu efecte, tant en el domini temporal com en el domini freqüencial. La visualització per defecte (presentada en la figura anterior) presenta un menú de selecció del tipus de reconstructor (part superior), la resposta temporal (part central) i la resposta freqüencial (part inferior).

- *Tipus de Reconstructor.*  
Permet activar els diferents tipus de reconstructors presentats. És possible seleccionar un o més filtres simultàniament.
- *Resposta Temporal.*  
En aquesta finestra es visualitza el senyal sinusoidal de base (en color negre), i els senyals reconstruïts mitjançant els diferents mètodes (cada reconstrucció en un color diferent).  
El instant de mostratge són interactius, i es pot canviar el període de mostratge fent *drag* sobre ells.
- *Resposta Freqüencial.*  
En aquesta finestra apareix l'espectre del senyal senyal de temps continu (en negre), el del senyal reconstruït mitjançant els diferents filtres, i la resposta freqüencial dels diferents reconstructors. S'indica en color groc la banda primària, la freqüència de mostratge i la frontera de les diferents bandes. Interactuant (*drag*) amb la banda primària o la freqüència de mostratge és pot canviar la freqüència de mostratge.

## Aplicació: Opcions

Aquesta aplicació no presenta opcions addicionals

## Exercicis

1. Verifiqueu sota quines condicions els senyals reconstruïts s'assemblen al senyals originals pels diferents reconstructors.
2. Compareu la resposta del mantenidor de primer ordre i el mantenidor d'ordre zero per períodes de mostratge grans ( $T_s > 0.5$ . Quin dels dos aproxima millor ?
3. Guany presenten els reconstructors a la freqüència de mostratge ? i a la freqüència  $\omega = 0$  ?